Journal Objetos y Objetivos Matemáticos No. 1; julio-diciembre 2019.
ISSN en trámite. http://joom.org.mx

En opinión del docente: Lenguaje matemático

Vitaliano Acevedo Silva
Escuela Normal Superior de México
Escuela Normal Superior de México, Manuel Salazar 201 Colonia Ex-hacienda del Rosario, Azcapotzalco, 02420 CDMX, México.
asvas23@hotmail.com

I. Introducción

La Matemática es la parte de la ciencia que se ocupa de describir y analizar las cantidades, en el plano, en el espacio, las formas, los cambios y relaciones y así como la incertidumbre.

Si miramos a nuestro alrededor vemos que esos elementos matemáticos están presentes en todos los aspectos de la vida de las personas y en cualquier lugar en que se encuentra, en su trabajo, en su quehacer diario, en la escuela en los medios de comunicación, etc.

Las matemáticas, desde el punto de vista histórico con relación a las diferentes culturas, como socialmente, forman parte de nuestra cultura y los individuos deben ser capaces de apreciarlas y comprenderlas para su bien común de la sociedad.

Es evidente, que, en nuestra sociedad, dentro de los distintos ámbitos profesionales, es preciso contar con un mayor dominio de ideas, destrezas para resolver problemas de la vida real y su aplicación de las matemáticas, la utilización de los contenidos prácticos en relación a cada cultura.

La toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo; en la información que se maneja cada vez aparece con más frecuencia tablas, gráficos para la interpretación de la información y fórmulas que demanden conocimientos para su interpretación y la aplicación correcta.

Por ello, los ciudadanos deben estar preparados en contenidos matemáticos para adaptarse con eficacia a los continuos cambios que se generan en la sociedad.

Se pretende configurar el área de matemáticas no sólo como un conjunto de ideas y formas de actuar que conllevan la utilización de cantidades y formas geométricas, sino, sobre todo, como un área capaz de generar preguntas, obtener respuestas a través de modelos e identificar relaciones y estructuras, de modo que, al analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, se puedan obtener informaciones y conclusiones que inicialmente no estaban explícitas.

Presentan ciertas características que se deben destacar para comprenderlas y saber cómo aplicarlas en problemas de la vida real.

II. Las matemáticas son universales

Los resultados que se obtienen son aceptados por toda la comunidad internacional, lo que quiere decir, que los métodos que se han utilizado históricamente sean iguales: lo que sí son universales, por lo tanto, son las actividades entroncadas con la cultura de los pueblos de manera práctica y culturas que han impulsado el conocimiento matemático entre otros los tres problemas clásicos:

La cuadratura del Círculo, lo que significa que debemos construir un cuadrado de la misma área del círculo.

La trisección de Ángulo, lo que quiere decir que debemos de dividir un ángulo en tres partes iguales.

La Duplicación del Cubo, el cual nos indica que si se duplica cada lado del cubo se deberá de duplicar su volumen.

La condición es que para demostrar chichos problemas, se deberá utilizar únicamente con regla y compás.

El tratar de buscar la solución a cada uno de dichos problemas, trajo como consecuencia de que diversas ramas de la matemática se desarrollaran, de tal manera que se trata de contar, localizar, medir, explicar, etc.

La Matemática es una ciencia viva.

Su conocimiento no está fosilizado, además de una herencia recibida es una ciencia que hay que construir y lo construido de debe de fortalecer.

Un reto interesante es el contextualizar adecuadamente los nuevos contenidos que se presentan e integrarlos a los ya establecidos, para así tener una construcción perfectamente sólida y con bases sólidas.

Las matemáticas son útiles.

Ya sea que sí nos encontremos en el transporte, la escuela, el cine, una tienda de comercio, sí volteamos a donde miremos ahí se tiene a la matemática aplicada en cualquiera de sus formas.

En forma general se utilizan en la ciencia, en la tecnología, la comunicación, la economía y tantos otros campos o ramas de la ciencia.

Son útiles porque nos sirven para reconocer, lo que significa que se puede reconocer el grado de una ecuación, interpretar se refiere a poder recabar información a través de una gráfica y resolver los problemas basado en situación de la vida real.

Además de proporcionarnos un poderoso lenguaje con el que podemos comunicarnos con precisión en cualquier campo de la ciencia. y de manera internacional.

Dentro de estas utilidades es necesario resaltar su importancia en relación con los medios de comunicación en los que los análisis cuantitativos (datos estadísticos, precios, índices diversos, hipotecas, etc.) aparecen continuamente en todo tipo de información

Las matemáticas son una ciencia de patrones y relaciones.

Entender y utilizar esos patrones constituye una gran parte de la habilidad o competencia matemática.

A medida que se relacionen ideas matemáticas con experiencias cotidianas y situaciones del mundo real, nos daremos cuenta que esas ideas son verdaderamente útiles y poderosas.

III. Objetos Matemáticos

Dentro de las matemáticas encontramos palabras claves que nos representan la importancia y el poder tales como son:

Las fórmulas, gráficas, lenguaje contar, medir, conceptos, definiciones, axiomas, teoremas, conjeturas, demostraciones geométricas y matemáticas.

•**Lenguaje matemático**. - Para comprender y aprender Matemáticas es necesario conocer su idioma, sus palabras y elementos clave, los objetos que se utilizan, las herramientas necesarias para manejar dichos objetos.

• **El idioma que utiliza la matemática es formal y abstract**o.

Mezcla de palabras claves como las ya mencionadas, números ya en el campo de los números reales, complejos, símbolos a través de los cuales representamos los conceptos imaginarios de la matemática, gráficas de la cuales obtenemos cierta información en fenómenos, figuras por medio de las cuales tenemos ciertos conceptos e información tanto en el plano como en el espacio y conceptos que tienen un “significado matemático”.

• **La Matemática es una ciencia lógica y deductiva**.

La deducción lógica exige un rigor en relación a las demostraciones geométricas, en donde se parte de una hipótesis, ciertos trazos auxiliares para llegar a una tesis que es lo se desea demostrar, ejemplo:

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual 180^0.

Para lo cual se establece lógica matemática en la cual se tienen ciertas premisas o enunciados, con ciertos conectivos, para llegar a establecer proposiciones lógicas y compuestas, unión, intersección, implicación y equivalencia y sus términos de enlace, tales como: o, i, si entonces, si sólo sí.

• Parte de unos principios axiomas los cuales se expresan por medio de frases o enunciados que para ser cierto no necesita demostración, El todo es mayor que sus partes.

Teorema. - Es todo aquello que para ser cierto deberá ser demostrado.

El teorema de Pitágoras: El cual nos indica que el cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos y se puede expresar matemáticamente como: $c^2 = a^2 + b^2$.

Definición. - Significa fijar con claridad, exactitud y precisión, el significado de una palabra y su concepto, que puede ser en forma gráfica o en forma de ecuación.

Ecuación. - Es una igualdad que se cumple para un solo valor de la incógnita y sus elementos son: Primer miembro, signo igual y segundo miembro.

$$c^2 \qquad = \qquad a^2+b^2.$$

Cuando se genera esa información y se le da sentido, a los objetos, los números, símbolos y las operaciones, así, como sus propiedades

• Las reglas de juego hay que aprenderlas, utilizarlas, memorizarlas y usarlas, cuando se están aplicando como son los productos notales y sus factorizaciones.

• Utilizando esas herramientas se genera un método, una estrategia o procedimiento en relación un marco teórico.

•Lo qué estudia la matemática

De manera general puede decirse que la matemática estudia la aritmética por medio de la cantidad, conjunto de los números reales o sea una parte de la aritmética, las expresiones algebraicas: binomios y polinomio en álgebra, desde luego la teoría de ecuaciones y mucho más, la geometría euclidiana expresada a manera de extensión la figura, la forma, ángulos; la variación y el cambio de magnitudes, partiendo de la razón, el límite, la derivada ; análisis; en la teoría de conjuntos los tipos de conjuntos y la presentación y tratamiento de la información, a través de datos (estadística descriptiva e inferencia).

Sin olvidar que lo realmente importante de la matemática es su método lógico, deductivo, constructivo, seguro y universal, que hace que pueda aplicarse en prácticamente todas las otras ciencias, como herramienta de cálculo diferencial e integral y de visualización, como sistema de organización del conocimiento teórico proporcionando esquemas y modelos matemáticos.

Las diferentes ramas de la ciencia plantean problemas a la matemática, la cual, por medio de sus diversas ramas, esta deberá encontrar la solución a dichos problemas de la manera más simple y práctica.

Por ejemplo. - La fundamentación del conjunto de los números enteros (Z) a partir de los números naturales (N), surge por de la operación sustracción o resta de números naturales, en donde el sustraendo en mayor que minuendo y de una forma simple la matemática resuelve el problema, ampliando el conjunto de los números naturales en enteros positivos el cero y los negativos.

Así un número que puede ser cualquier elemento dentro del conjunto de los números reales, un ángulo y la clasificación dependiendo de la abertura entre sus lados, una línea y su clasificación de líneas, un intervalo, un diagrama de barras o cualquier gráfica en estadística descriptiva, un paréntesis, el signo de igualdad y sus propiedades o cualquier otro símbolo, una ecuación de n grado o un exponente, pueden ser considerados objetos de la matemática.

Dichos objetos deben ser empleados correctamente, distinguiendo unos de otros y agrupándolos cuando convenga por medio de diferentes tipos de paréntesis si es necesario según el procedimiento utilizado.

Por ejemplo, el símbolo de la raíz cuadrada la cual debe considerar como el procedimiento inverso de elevar un término al cuadrado o como elevar dicho termino a un exponente fraccionario, lo cual tiene un significado preciso; si se emplea mal es posible que los resultados sean correctos.

Y lo mismos pasa con cualquier objeto: hay que saber en qué momento se debe de ser utilizado, para qué sirve, cómo se comporta en el desarrollo de un procedimiento o estrategia.

En general, los objetos matemáticos suelen darse mediante la interpretación correcta de una definición, una fórmula o un concepto.

Unido a la definición puede ir el procedimiento, el cómo se hace, para que sirve; y también las propiedades que cumplen en dicho desarrollo.

Algunas de esas propiedades se llaman axiomas o postulados, y se aceptan sin demostrar, supuestamente por ser evidente, el todo es mayor que sus partes.

Por ejemplo, la geometría clásica, también llamada Euclidiana se asienta sobre cinco axiomas, conocidos como postulados de Euclides, en el libro uno de los elementos de Euclides se presentan las siguientes:

•Definiciones. Algunos ejemplos de definiciones.

1. Un punto es la de que no hay ninguna parte.

2. Y una línea es una longitud sin anchura.
3. Y los extremos de una línea son puntos.
4. Una línea recta es (existe) una que yace por igual respecto puntos sobre sí mismo.
5. Y una superficie es la que tiene longitud y anchura sólo.
6. Y los extremos de una superficie son líneas.

•Postulados. - Algunos ejemplos

1. Que se han postulado para dibujar una línea recta desde cualquier punto a cualquier punto.
2. Y para producir un finito de línea recta continuamente en una línea recta.
3. Y para dibujar un círculo con cualquier centro y el radio.
4. Todos los ángulos rectos son iguales entre si.

•Nociones Comunes

1. Cosas iguales a la misma cosa son también iguales a uno al otro.
2. Y si las cosas iguales se añaden cosas iguales entonces los totales son Iguales.
3. Y si las cosas iguales se restan cosas iguales a continuación, los restos son iguales. †
4. Y las cosas que coinciden con uno de otro son iguales entre sí.
5. Y todo [es] mayor que la parte.

Como una extensión obvia del CN 2 & 3-si las cosas iguales se suman o se restan de los dos lados de una desigualdad entonces la desigualdad se mantiene una desigualdad del mismo tipo.

Los axiomas son los principios, algo similar a las reglas de cualquier juego, que son imprescindibles para poder jugar.

Así, en el ajedrez cada pieza se mueve según una regla no discutible, por ejemplo, el peón la primera jugada se puede mover una o dos casillas, el alfil en su diagonal, el caballo una y brinca dos hacía la izquierda o derecha, las torres se desplazan ya sea horizontal o vertical, la Reina en todas direcciones de lado a lado y el rey avanza de una sola casilla en todas direcciones y para jugar hay que conservar dichas reglas.

A partir de esos axiomas, siempre se trabaja a través de la deducción lógica, para obtener teoremas, proposiciones y conjeturas.

Se construye así una teoría matemática axiomática y deductiva.

•Proposiciones.

Por ejemplo, a partir de los postulados de Euclides se demuestra que la suma de los ángulos de un triángulo cualquiera es igual a dos rectos o sea 180º.

Y todas las propiedades relacionadas con ángulos, con distancias entre rectas.

Los grandes bloques teóricos de la matemática en la educación primaria es la: aritmética y la geometría, en la educación secundaria además de la aritmética el álgebra:

Los números enteros y expresiones algebraicas, operaciones y propiedades y la solución de ecuaciones cuadráticas, geometría: polígonos, rectas, distancias, en el bachillerato además de las mencionadas análisis funciones, límites, derivadas; estadística y probabilidad tratamiento de grandes conjuntos de datos, parámetros estadísticos, sucesos aleatorios.

Quizás resulte conveniente, para entender mejor lo que se quiere expresar, distinguir tres palabras tres conceptos: demostración, comprobación y conjetura.

Una demostración es el proceso lógico que asegura que una determinada propiedad es cierta siempre, para cualquier valor del objeto considerado, por ejemplo, la suma de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera es de 180^0.

Una demostración está formada por los siguientes elementos:

a.- Lo que se considera verdadero.
b.- Trazos auxiliares
c.- Tesis lo que se desea demostrar.

Una comprobación es la verificación de que una propiedad una igualdad, por ejemplo, es cierta para un caso particular y se cumplen las siguientes propiedades:

a.- Reflexiva
b.- Simétrica.
c.- Transitiva.

•**Conclusión**. Pero una comprobación, en modo alguno, es equivalente a una demostración.

•**Una conjetura**. -Es una suposición, que por muy razonable que parezca, sólo puede ser admitida como cierta cuando se llegue a demostrar a través de deducción lógica.

Por ejemplo, la conjetura de Goldbach afirma que "todo número par mayor que 2 es la suma de dos números primos".

•**Es la llamada conjetura débil de Goldbach**.

Conjetura 1. Todo número entero impar n ≥ 7 puede expresarse como la suma de tres números primos. Por ejemplo, 7=3+2+2, 9= 3+3+3, etc.

La llamada conjetura de Goldbach para los números enteros aparece en 1742 en una carta enviada a Leonhard Euler (1707-1783) por Christian Goldbach (1690-1764). En esencia el problema propuesto inicialmente por Goldbach se concreta, hoy en día, en las siguientes dos conjeturas:

Se ha comprobado que esta afirmación es válida para millones de números pares, pero no se ha demostrado que sea cierta en general.

Las tres cosas más importantes dentro de la matemática, para aprender a trabajar matemáticamente hay que saber tres cosas:

1.- Qué tipo de contenidos matemáticos se emplean.

Desde luego para qué se usa cada uno y como se trabaja.

2. Cómo se manejan los contenidos matemáticos y cuáles son las propiedades y operaciones que se cumplen.

3. Cómo se relacionan entre los contenidos matemáticos:

¿Cuáles son las operaciones?

La operación define; Las propiedades que generan resultados.

Los objetos de la aritmética en la educación primaria y del álgebra en la educación secundaria y el bachillerato son los más utilizados, ya que se emplean en todas las ramas de las matemáticas.

Por lo tanto, resulta imprescindible conocerlos y manejarlos de una manera lógica y congruente.

Los objetos matemáticos básicos asociados a la aritmética y sus operaciones al álgebra son los números y las expresiones algebraicas polinomios en general.

Estos objetos suelen relacionarse mediante operaciones o mediante composiciones relación, función y función de funciones.

Las operaciones elementales de la aritmética: son la suma o adición, resta o sustracción, multiplicación producto y división o cociente.

Esas operaciones se rigen por unas reglas que llamamos propiedades: conmutativa si a=b entonces b=a, asociativa está propiedad nos permite asociar los términos en diferente orden sin que el resultado se altere y la propiedad distributiva con respecto a la adición y a la sustracción.

Por composiciones se quiere designar la concatenación de operaciones, signos (positivos y negativos), paréntesis (ordinario, rectangular y de llaves) …, dando lugar a objetos más complejos.

En esas composiciones suele ser determinante el orden en el que se suceden los símbolos.

Por ejemplo, no es indiferente que un signo menos vaya delante, dentro o detrás de un paréntesis:

La siguiente justificación es a través de las propiedades de los números reales la cual fue tomada del libro Aritmética y Álgebra de "Acevedo, Valadez y Vargas" Editorial McGraw-HiLL

Postulado: El producto de dos números enteros positivos o negativos, su resultado será siempre positivo.

$$(a)(b)=ab$$

Ahora de demostrará el producto de signos contrarios:

Afirmaciones	Razones
1. $(-a)(b)=x$	1.La multiplicación es única
2. $(-a)(b)+(a)(b)=x+(a)(b)$	2. Prop. de la igualdad
3. $(b)(-a+a)=x+(a)(b)$	3. Prop. distributiva
4. $(b)(0)=x+(a)(b)$	4. Inverso aditivo
5. 0= x+ab	5. Multiplicación por cero
6. 0-ab=x+ab-ab	6. Prop. uniforme de la igualdad
7. -ab= x+0	7. Inverso aditivo
8. -ab=x	8. Neutro aditivo
9. $(-a)(b)$=-ab	9. Igualando 1 y 8 L.Q.D

Recordemos que para indicar la multiplicación o división de números enteros se utilizan los siguientes símbolos.

Multiplicación	División.
$(+)(+)=+$	$\frac{+}{+}=+$
$(-)(-)=+$	$\frac{-}{-}=+$
$(-)(+)=-$	$\frac{-}{+}=-$
$(+)(-)=-$	$\frac{+}{-}=-$

a.- El producto o cociente de signos iguales es positivo.
b.- El producto o cociente de signo diferentes es negativo.
Trabajando un poco con la operación de la multiplicación y apoyándonos en la lógica matemática se tiene.
Recodemos que la multiplicación se expresa como una suma abreviada de sumandos iguales.

•**Justificaciones**.
•**Primer caso**: Cuando los factores son positivos.
(3)(4) = 4+4+4=12 como una suma abreviada
(4)(3) = 3+3+3+3= 12
Conclusión: (+) (+) = +

•**Segundo caso**: Cuando un factor es positivo y el otro negativo.
(3)(-4) = (-4)+ (-4)+ (-4) = -12
(-4)(3) = -12 La multiplicación es conmutativa por lo tanto es -12
Conclusión: (+)(-) = -

•**Tercer caso**. - Para este caso se utiliza la lógica matemática.
Los enemigos de mis enemigos son mis amigos (-) x (-)= (+)
(-) (-)= - en este caso es sencillo porque el enemigo (-) de mi enemigo (-) es mi amigo

En cambio, otras veces dará igual ese orden; así, por ejemplo, − (+4) = + (−4).
Estas y otras son las reglas que hay que conocer para trabajar con objetos matemáticos en las operaciones aritméticas elementales
En general los seres humanos están familiarizados con cualquiera de las operaciones con números:
Sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potencias, raíces; y con las operaciones con cualquier tipo de números: naturales (enteros positivos), enteros negativos, fraccionarios (racionales) y radicales (un tipo de irracionales) o sea el conjunto de los números reales.
Aquí, de momento, se recordará las dificultades más comunes, que dan lugar a la mayoría de los errores.

•Algunos tipos de errores en matemáticas:

Ejemplo:

Supóngase que se tiene que medir la longitud de un puente y de colocar un remache, obteniéndose 9 999 y 9 cm, respectivamente.

Si los valores son 10 000 y 10 cm, calcúlese

a) el error

b) el error relativo porcentual de cada caso.

Solución.

a) El error de medición del puente es: 10 000 - 9 999 = 1cm y para el remache es de 10 - 9 = 1cm

b) El error relativo porcentual para el puente es de: 1/ 10 000 x 100% = 0.01% y para el remache es de 1/10 x 100% = 10%

Por lo tanto ambas medidas tiene un error de 1 cm, el error relativo porcentual del remache es mucho más grande.

Se puede concluir que se ha hecho un buen trabajo en la medida del puente, mientras que la estimación para el remache deja mucho que desear.

IV. Teoría de los errores

1.- Exactitud Actitud y Precisión. Los errores asociados con los cálculos y medidas se pueden caracterizar observando su precisión y exactitud.

La precisión se refiere a:

El número de cifras significativas que representa una cantidad, para aproximar una cantidad se hace en relación a cuatro cifras significativas y se aproxima con la quinta cifra, si está es 5 o mayor que 5 se aproxima la cuarta cifra, si la quinta es menor que 5 la cuarta cifra queda igual,

2.- Se opera con números enteros, sumando o restando o multiplicando o dividiendo.

Para realizar la adición de números enteros se presentan los siguientes casos:

a.- Cuando los sumandos son todos positivos

Las reglas a seguir son, básicamente, las relacionadas con los signos, la prioridad de las operaciones y el uso de paréntesis.

Ejemplo: La operación $15 - 3 \cdot (7 - 9) = 15 - 3 \cdot (-2) = 15 + 6 = 21$, en este tipo de error es debe tomar en cuenta la jerarquía de operaciones.

Observa que primero se opera dentro del paréntesis, a continuación, se hace el producto, y, por último, se realiza la suma.

3.- Error algebraico

Al simplificar una fracción algebraica no debemos cometer los siguientes errores algebraicos, en este caso el alumno no tiene bien establecido el numerador y denominador.

Observación. - En el primer caso el numerador está formado por dos términos separados por el signo más (+) y por lo tanto no se pueden simplificar

$$\frac{\cancel{x}+y}{\cancel{x}} = y \qquad \frac{\cancel{x}\,y}{\cancel{x}} = y$$

Como se puede observar en el primer caso, en el numerador la (x) se encuentra como sumando y por lo tanto no se puede eliminar.

En el segundo caso en el numerador la (x) se encuentra como factor y por lo tanto si se puede eliminar.

En todo caso se podía expresar de la siguiente manera:

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + \frac{y}{x}$$

Observemos que el denominador está afectando a los dos numeradores; por lo tanto, lo podemos descomponer en dos fracciones, en el primer caso nos resulta la unidad y en el segundo caso se expresa la fracción.

$$\frac{a^2+a}{a^2+1}+\frac{-5a+3}{a^2+1}=\frac{a^2+a-5a+3}{a^2+1}=\frac{a^2-4a+3}{a^2+1}$$

En este caso observamos que tenemos el mismo denominador; por lo tanto, se suman o restan los numeradores.

4.-Cuando operaras con potencias. - Por ejemplo: 2^2 =4, 3^2 = 6.

Recordemos que una potencia está compuesta por:

Base: Que en este caso es 2 y 3.

Exponente. Es el que nos indica cuantas veces se toma la base como factor.

Potencia. - Es el resultado de multiplicar la base tantas veces como lo indica el exponente.

Lo cual nos indica que la 2 elevado al cuadrado es 2 x 2 = 4.

De la misma manera 3 al cuadrado es 3 x 3 = 9

Se realizan operaciones con radicales, pues muchas veces esas operaciones no son evidentes y hay que transformar las raíces en otras equivalentes.

Ejemplos:

1.- Para introducir una cantidad dentro de un radica, se debe de considerar en primer lugar el índice del de radical y elevar dicha cantidad s dicho índice.

$$2\sqrt{x} = \sqrt{4x}$$

Conclusión. - Como el índice del radical es, entonces el número 2 se eleva al cuadrado.

2.- $$\sqrt{16x^3}=\sqrt{\left(16x^2\right)x}=4x\sqrt{x}$$

Se factoriza de acuerdo al índice del radical y se saca la raíz ya que el índice es 2

3.- Efectuar la suma de los siguientes radicales.

$$4\sqrt{5}+5\sqrt{5}+6\sqrt{5}=$$
$$=15\sqrt{5}$$

Como se puede observar cada uno de los términos tienen un elemento común como es $\sqrt{5}$, por lo tanto se suman los coeficientes numéricos de dicho término común.

4.- Efectúa la suma de los siguientes radicales.

$$2\sqrt{5}+\sqrt{20}-\sqrt{45}=$$
$$=2\sqrt{5}+\sqrt{\left(2^2\right)\left(5\right)}-\sqrt{\left(3^2\right)\left(5\right)}$$
$$=2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$$
$$=4\sqrt{5}-3\sqrt{5}$$
$$=\sqrt{5}$$

En este caso como se puede observar, se tiene la necesidad de convertir a términos semejantes $\sqrt{5}$, para efectuar la suma únicamente se suman o restan los coeficientes del elemento semejante.

5.-

$$\frac{2}{3}\sqrt{18}+\frac{3}{5}\sqrt{50}-\frac{1}{3}\sqrt{45}=$$
$$=\frac{2}{3}\sqrt{\left(3^2\right)\left(2\right)}+\frac{3}{5}\sqrt{\left(5^2\right)\left(2\right)}-\frac{1}{3}\sqrt{\left(3^2\right)5}$$
$$=\left(\frac{2}{3}\right)\left(3\right)\sqrt{2}+\left(\frac{3}{5}\right)\left(5\right)\sqrt{2}-\left(\frac{1}{3}\right)\left(3\right)\sqrt{5}$$
$$=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-\sqrt{5}$$
$$=5\sqrt{2}-\sqrt{5}$$

Para realizar la operación indicada se debe de busca los términos semejantes para poder resolver dicha operación.

Naturalmente, para poder hacer correctamente esos cambios hay que conocer las reglas de las operaciones con radicales.

Reglas de funcionamiento de las operaciones

Para operar correctamente con objetos aritméticos y algebraicos, las diferentes operaciones hay que tener en cuenta:

1. Las definiciones.

¿Qué tipo de operación se está realizando y cómo se ha definido?

2. Las propiedades.

¿Qué propiedades cumple esa operación?

De acuerdo a la propiedad de la igualdad. (Qué puede hacerse y qué no.)

3. Los procedimientos.

¿Cómo hay que proceder cuando las operaciones están combinadas y la jerarquía de operaciones

Se tomará en cuenta el orden de dichas operaciones.

Las definiciones Una definición dice lo que es una cosa.

Unido a la definición puede ir el procedimiento: el cómo se hace.

Así sucede cuando se definen operaciones.

En matemáticas, las definiciones son importantísimas, pues si no se actúa de acuerdo con lo que son las cosas, el trabajo resulta inútil.

No es útil trabajar con fracciones si no se sabe lo que es una fracción, como la comparación por cociente de dos cantidades con la condición que el denominador debe ser diferente de cero $\frac{a}{b}$ $con\ b \neq 0$;en cambio con potencias, desconociendo su significado es el resultado de multiplicar la base tanta veces como lo indica el exponente.

Es ahí donde hay que preguntarse si se sabe lo que se está manejando, es muy importante que tanto las definiciones como los contenidos sean tratados como lo especifican sus definiciones y conceptos. Así como que tipo de objetos se está trabajando, y asegurarse de que se entiende cada uno de los elementos que componen a una definición.

En los párrafos que siguen se dan varias definiciones, casi todas de matemáticas elementales.

En cada caso se procurará alguna aplicación de esa definición. Definición de la operación *:

como sigue: x *y = x+3y

Esto es, el resultado de operar dos números mediante * es la suma del primer término más 3 el triple del segundo

Por ejemplo: (4)(7) = (2)(4) + (5)(4) = 8 + 20 = 28

Cada vez que aparezca el símbolo * entre dos números debe operarse de acuerdo con la definición.

Una fracción es una parte de un todo es una de las formas de la fracción.

En matemáticas, para que esta expresión tenga sentido se pide que el todo se divida en un número exacto de partes iguale

Ejemplos:

• En el supuesto de que “el todo” sean 24 personas, un octavo de ellas serían 3 personas: $\frac{1}{8}$ de 24 = 3.

Si el todo que son 150 pesos, se toma un $\frac{1}{3}$ de 150 pesos = 50 pesos.

Cuando de toma $\frac{3}{3}$ quiere que equivalga a un todo, lo cual corresponde a total que es 150 pesos.

Definición de porcentaje.

Un porcentaje es una parte de un todo que vale 100: un tanto por 100.

Un 4 por 100, 4%, significa que de 100 partes se toman 4.

Lo cual prácticamente se puede localizar como 4% es multiplicar dicha cantidad por 0.04, de otra manera se tiene que $\frac{4}{100}$

Algunos procedimientos (otras reglas de funcionamiento)

Además de las propiedades de las operaciones, que nos facilitan el manejo de las expresiones y demás objetos matemáticos, existen otras herramientas que hay que manejar con destreza.

A continuación, nos fijamos en algunas de ellas.

Paréntesis y prioridad de operaciones

Paréntesis ordinarios, ( ), son símbolos que se utilizan para agrupar objetos matemáticos, además se deben de considerar las reglas de los signos de la multiplicación y como consecuencia de su operación inversa que es la división. .

Todo lo que vaya dentro de un paréntesis actúa como un solo objeto.

Lo normal es que se opere dentro del paréntesis para simplificarlo, aplicando la propiedad distributiva de la igualdad.

Recuerda que se tienen diferentes tipos de paréntesis, tales como:

Ordinario ( )

Rectangular $[\ \ ]$

De Llaves $\{\ \ \}$

Ejemplo:

Siempre se debe de tomar en cuenta la siguiente consideración, todo paréntesis que se abra se debe se cerrar, para realizar dicha eliminación se debe de aplicar la propiedad distributiva de la igualdad.

Además, se deben de considerar las leyes de los signos, en relación a suma y multiplicación de números enteros.

Ejemplo: 3 – (-4-7+8) =?

Observación: Se tienen dos opciones

La primera se aplica la propiedad distributiva en relación al signo menos, de la siguiente manera. 3.+ 4 + 7 - 8 = 6

Segunda; Se realiza la operación dentro del paréntesis y se multiplica por el signo menos 3-(-2) = 3 + 2 = 5

También debemos de considerar ciertas reglas algebraicas como son:

Elevar un binomio al cuadrado, considerando que dicho binomio se realice la suma o resta entre sus términos $(a + b)^2$ o $(a - b)^2$

Por lo tanto, debemos la recordar la regla que:

Dicho binomio al cuadrado corresponde a un trinomio cuadrado perfecto, es decir el elevar un binomio elevado al cuadrado, que nos indica que la base de debe de repetir dos veces como factor.

$(a + b) (a + b)$, ahora aplicamos la propiedad distributiva en relación a la suma.

$(a + b) (a + b) = a^2 + ab + ab +b^2$.

Efectuando la reducción de términos semejantes se tiene: $a^2 + 2ab + b^2$.

Para el segundo caso cuando el binomio es una diferencia se tiene.

$(a - b)^2 = (a - b) (a - b)$, como el caso anterior se realiza el mismo procedimiento

$a^2- ab – ab + b^2$ realizando la reducción de términos $a^2 - 2ab + b^2$

Generalizando para elevar un binomio al cuadrado la regla será siguiente:

El primer término elevado al cuadrado más-menos el doble producto del primer término por el segundo más el segundo término elevado al cuadrado.

Lo cual se indica de la siguiente manera $(a \pm b)^2 = a^2 \pm ab+b^2$

Dentro de la aplicación de los paréntesis también se pueden cometer los errores cuando se emplean varios signos, ya sean de asignación o de operación.

Por ejemplo: 5 – (3x -2)=?

Los errores que se pueden cometer es que el alumno no realiza correctamente el desarrollo indicado al efectuar la propiedad distributiva.

=5 – 3x – 2, en este caso no realizó el signo menos de la operación con el signo menos de asignación del binomio, para el cual se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación en relación a la sustracción.

Lo correcto debe ser 5-3x+2 = 7-3x

Reglas de transformación de igualdades

En Matemáticas se trabaja continuamente con igualdades.

Con frecuencia se trata de poner una cosa detrás de otra, de manera que la última cosa sea igual a la primera aplicando la propiedad de la igualdad.

Utilizando la propiedad conmutativa.

Si a = b por lo tanto b = a

Para que esa secuencia sea cierta es preciso que se apliquen correctamente las reglas de transformación de igualdades o propiedades de la igualdad.

Algunas de las propiedades usadas para transformar igualdades son:

Primero debemos recordar la siguiente de definición:

Igualdad. Es cuando dos cosas son iguales

Ejemplo: a = b

Dada una igualdad se puede establecer lo siguiente.

$$a + 2 = 2 + b$$

Lo cual no indica que si a los dos miembros se le suman la misma cantidad la igualdad sigue existiendo; por lo tanto, a = b

a– 2=b-2

Si a los dos miembros de una igualdad se les restan una misma cantidad la igualdad sigue existiendo.

Dicha propiedad se aplica para el despeje y la solución de ecuación de “n” grado, por ejemplo:

x + 7 = 15

x + 7 - 7 = 15 - 7

Aquí en este caso lo que se despeja es la x de tal manera x+0 es igual a x, todo sumando sumado con el elemento cero es el mismo sumando.

Expresado de otra forma:

A los dos miembros de una igualdad se le quita (resta) la misma cantidad la igualdad sigue existiendo.

x + 0 = 8

Realizando la operación en ambos miembros

Ahora en el primer miembro se tiene x+0, recordemos que todo sumando sumado con el elemento cero nos da como resultado el mismo sumando, por lo tanto

x = 8.

De una forma práctica se tienen que para pasar un término de un miembro a otro pasará con signo contrario a la operación que está realizando.

De la siguiente manera:

Si está sumando pasa restando, si está restando pasa sumando, si multiplicando para dividiendo, si está dividiendo pasa multiplicando, si está como potencia pasa como raíz y si está como raíz pasa como potencia.

Conclusión. - Si a los dos miembros de una igualdad, se le suma, resta, multiplica, divide, se eleva a una potencia o se extrae raíz cuadrada la igualdad sigue existiendo

b) Para ver que el recíproco no siempre es cierto basta con recurrir a un contraejemplo.

Si en la expresión $(+4)^2 = (-4)^2$, podemos observar que ambos términos tienen diferente base, es decir, con signo contrario, pero dichos términos están a una exponente para el resultado siempre es positivo, pero si a dicha expresión se le extrae raíz cuadrada, nos resulta una desigualdad se quitan los exponentes, queda +4 y −4, que obviamente no son iguales.

Por eso, cuando se resuelve la ecuación $16 = x^2$

Aplicando las propiedades de la igualdad se tiene:

ISSN en trámite. http://joom.org.mx

$$x^2 = 16$$
$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{16}$$
$$x = \pm 4$$
$$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$$

Primero. - Se extrae raíz cuadrada en ambos miembros, con la finalidad de resolver la ecuación dada.

Observa que en el segundo miembro, al extraer el valor del radical se obtiene el signo $\pm$ y finalmente se obtienen las dos soluciones o raíces.

La matemática da respuesta a muchísimas preguntas y puede aplicarse en problemas diversos debido a que se tiene el signo $\pm$

Eso exige definir conceptos nuevos, formular propiedades nuevas, descubrir nuevos problemas.

$$2^2 = 4$$
$$(-2)^2 = 4$$

En definitiva, se comienza a desarrollar una teoría: se plantean conjeturas, se demuestran propiedades, se aplican a problemas concretos.

Conclusión. - Toda base (positiva o negativa) elevada a un exponente para la potencia será positiva